BWZ Nachhilfe

Sicher durch die Prüfung!

Formelsammlung für **FIWI II**

1 Statistische Grundlagen

Statistische Momente

Erwartungswert	a)	$E(r) = \sum_{s=1}^{n} r_s \cdot p_s = \mu$ Bei Stichprobe: $E(r) = \frac{\sum_{s=1}^{n} r_s}{n} = \mu$
Varianz	b)	$Var(r) = E((r-\mu)^2) = E(r^2) - E(r)^2 = \sigma_r^2$ $= \sum_{s=1}^{n} p_s \cdot (r_s - \mu)^2 = \sum_{s=1}^{n} p_s \cdot r_s^2 - \mu^2$
Varianz bei Stichprobe	c)	$Var(r) = \frac{\sum_{s=1}^{n}(r_s - \mu)^2}{n-1}$
Standardabweichung	d)	$\sigma_r = \sqrt{Var(r)}$
Kovarianz	e)	$Cov(r_A, r_B) = \sum_{s=1}^{n} p_s \cdot (r_{A,s} - \mu_A) \cdot (r_{B,s} - \mu_B) =$ $\sum_{s=1}^{n} p_s \cdot r_{A,s} \cdot r_{B,s} - \mu_{r_A} \cdot \mu_{r_B}$
Korrelationskoeffizient	f)	$\rho_{r_A,r_B} = \frac{Cov(r_A, r_B)}{\sigma_A \cdot \sigma_B}$

Wahrscheinlichkeitstheorie

Z sei eine Standard-Normalverteilte Zufallsvariable. Eine Standard-Normalverteilte Zufallsvariable ist dadurch gekennzeichnet, dass sie einen Mittelwert (μ) von 0 und eine Standardabweichung (σ) von 1 hat, notiert als $Z \sim N(0, 1)$. Weiters seien zwei weitere Zufallsvariablen $X \sim N(\mu_X, \sigma_X)$ und $Y \sim N(\mu_Y, \sigma_Y)$ gegeben. Dann gilt:

Darstellung von X als Z	a)	$X = \mu_X + \sigma_X \cdot Z$
Varianz der summierten Werte zweier Zufallsvariablen	b)	$Var(c_X X \pm c_Y Y) = c_X^2 \cdot Var(X) + c_Y^2 \cdot Var(Y)$ $\pm 2 \cdot c_Y \cdot c_X \cdot Cov(X, Y)$
Standardisierung (um z von der Standard-Normalverteilungstabelle abzulesen)	c)	$z = \frac{x - \mu}{\sigma}$
Entstandardisierung	d)	$x = z \cdot \sigma + \mu$
Gegenwahrscheinlichkeit	e)	$W(Z < z) = 1 - W(Z > z) = 1 - W(Z < -z)$
Das p%-Konfidenzintervall der Zufallsvariable X bestimmen	f)	$z = W^{-1}\left(\frac{p+1}{2}\right)$ $W(\mu_X - z \cdot \sigma_X < X < \mu_X + z \cdot \sigma_X) = p\%$

2 Renditerechnungen

Diskrete Rendite	a)	$r_t^{diskret} = \frac{P_t - P_{t-1}}{P_{t-1}} = \frac{P_t}{P_{t-1}} - 1$
Stetige Rendite	b)	$r_t^{stetig} = ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$
Umrechnung von diskreter Rendite auf stetige Rendite und umgekehrt	c)	$r_t^{stetig} = ln(1 + r_t^{diskret})$ $r_t^{diskret} = e^{r_t^{stetig}} - 1$

3 Markowitz Portfolios

Momente eines Portfolios im Zwei-Wertpapiere-Fall

Erwartungswert	a)	$E(r_p) = E(r_A) \cdot x_A + E(r_B) \cdot x_B = \mu_p$
Varianz	b)	$Var(r_p) = x_A^2 \cdot \sigma_A^2 + x_B^2 \cdot \sigma_B^2 + 2 \cdot x_A \cdot x_B \cdot Cov(r_A, r_B)$
Portfoliovarianz falls $\rho = -1$	c)	$Var(r_p) = (x_A \cdot \sigma_A - x_B \cdot \sigma_B)^2$
Portfoliovarianz falls $\rho = 1$	d)	$Var(r_p) = (x_A \cdot \sigma_A + x_B \cdot \sigma_B)^2$
Kovarianz des Portfolios mit einem seiner Bestandteile	e)	$Cov(r_A, r_p) = x_A \cdot Var(r_A) + x_B \cdot Cov(r_B, r_A)$ $Cov(r_B, r_p) = x_B \cdot Var(r_B) + x_A \cdot Cov(r_B, r_A)$

Minimumvarianzportfolio (MVP)

Anteile einer Aktie im MVP	a)	$x_A^{MVP} = \frac{\sigma_B^2 - Cov(r_A, r_B)}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 \cdot Cov(r_A, r_B)}$ $x_B^{MVP} = 1 - x_A^{MVP} = \frac{\sigma_A^2 - Cov(r_A, r_B)}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 \cdot Cov(r_A, r_B)}$
falls $\sigma_A = \sigma_B$	b)	$x_A^{MVP} = x_B^{MVP} = \frac{1}{2}$
falls $\rho = -1$	c)	$x_A^{MVP} = \frac{\sigma_A}{\sigma_A + \sigma_B}$
falls $\rho = 1$	d)	$x_A^{MVP} = \frac{\sigma_A}{\sigma_A - \sigma_B}$

Anteile einer Aktie in einem beliebigen Portfolio

Anteile einer Aktie im Portfolio bei gegebener Portfoliorendite E(r_p)	a)	$$x_{A,p} = \frac{E(r_p) - E(r_B)}{E(r_A) - E(r_B)}$$ $$x_{B,p} = 1 - x_{A,p}$$
Anteile einer Aktie im Portfolio bei gegebener Portfoliovarianz $\sigma_p{}^2$ Aus Portfolio 1 und 2 ist das Effiziente zu wählen (d.h. der mit der höchsten Erwartungsrendite)	b)	$$a = \frac{2 \cdot (Cov(r_A, r_B) - \sigma_B^2)}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 \cdot Cov(r_A, r_B)}$$ $$b = \frac{\sigma_B^2 - \sigma_p^2}{\sigma_A^2 + \sigma_B^2 - 2 \cdot Cov(r_A, r_B)}$$ $$x_{A,1} = -\frac{a}{2} + \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b} \qquad x_{B,1} = 1 - x_{A,1}$$ $$x_{A,2} = -\frac{a}{2} - \sqrt{\left(\frac{a}{2}\right)^2 - b} \qquad x_{B,2} = 1 - x_{A,2}$$

4 Tobin Portfolios

Anteil des risikolosen Titels in einem Portfolio

Anteile einer Aktie im Tangentialportfolio (risikoloser Zinssatz wird als r_f bezeichnet)

RP_A = Risikoprämie von Aktie A
RP_B = Risikoprämie von Aktie B

$$RP_A = E(r_A) - r_f, \qquad RP_B = E(r_B) - r_f$$

Tangentialportfolio
= Tobinportfolio
= Marktportfolio

$$x_{A,M} = \frac{\sigma_B^2 \cdot RP_A - Cov(r_A, r_B) \cdot RP_B}{\sigma_B^2 \cdot RP_A - Cov(r_A, r_B) \cdot RP_B + \sigma_A^2 \cdot RP_B - Cov(r_A, r_B) \cdot RP_A}$$

$$x_{B,M} = 1 - x_{A,M}$$

Tobingerade (Capital Market Line, CML)

Tobingeradengleichung (Erwartungsrendite bei gegebenem Risiko)	a)	$E(r_P) = r_f + \frac{E(r_M) - r_f}{\sigma_M} \cdot \sigma_P$
Sharpe Ratio des Tobinportfolios bzw. Steigung der Tobingerade	b)	$SR = \frac{E(r_M) - r_f}{\sigma_M}$
Tobingeradengleichung (Risiko bei gegebener Erwartungsrendite)	c)	$\sigma_P = \frac{E(r_P) - r_f}{E(r_M) - r_f} \cdot \sigma_M$

Anteil des risikolosen Titels in einem Portfolio

Anteil von r_f bei gegebener Erwartungsrendite des Portfolios	a)	$x_{r_f} = \frac{E(r_P) - E(r_M)}{r_f - E(r_M)}$
Anteil von r_f bei gegebener Risiko des Portfolios	b)	$x_{r_f} = 1 - \frac{\sigma_P}{\sigma_M}$
Anteile der Aktien im Portfolio	c)	$x_{A,P} = (1 - x_{r_f}) \cdot x_{A,M}$ $x_{B,P} = (1 - x_{r_f}) \cdot x_{B,M}$

5 Capital Asset Pricing Model

Beta und die Gleichgewichtsrendite

Erwartungsrendite (Gleichgewichtsrendite, Security Market Line (SML))	a)	$E(r_j) = r_f + (E(r_M) - r_f) \cdot \frac{\rho_{r_j,r_M} \cdot \sigma_{r_j}}{\sigma_{r_M}} =$ $= r_f + (E(r_M) - r_f) \cdot \frac{Cov(r_j, r_M)}{\sigma^2_{r_M}} =$ $= r_f + (E(r_M) - r_f) \cdot \beta_j$
Systematisches Risiko des j-ten Titels	b)	$= \rho_{r_j,r_M} \cdot \sigma_j$
Unsystematisches Risiko des j-ten Titels	c)	$= \sigma_j \cdot \sqrt{1 - \rho^2_{r_j,r_M}}$
Normiertes Systematisches Risiko des j-ten Titels (Beta)	d)	$\beta_j = \frac{Cov(r_j, r_M)}{\sigma^2_{r_M}} = \frac{\rho_{r_j,r_M} \cdot \sigma_{r_j}}{\sigma_{r_M}}$
Beta des Kapitalmarktes	e)	$\beta_M = \sum_{j=1}^{n} x_j^M \cdot \beta_j = 1$
Risiko des Kapitalmarktes	f)	$\sigma^2_M = \sum_{j=1}^{n} x_j^M \cdot Cov(r_j, r_M)$

Konsequenzen für die Bewertung

Marktwert (Gleichgewichtspreis) eines zukünftigen, unsicheren Cashflows P_1	a)	Sicherheitsäquivalentenansatz: $$P_0 = \frac{E(P_1) - \frac{E(r_M) - r_f}{\sigma^2_{r_M}} \cdot Cov(P_1, r_M)}{1 + r}$$
	b)	Diskontierungsansatz: $$P_0 = \frac{E(P_1)}{1 + r_f + (E(r_M) - r_f) \cdot \beta_j}$$
Sicherheitsäquivalent	c)	$CE(E(P_1)) = E(P_1) - \frac{E(r_M) - r_f}{\sigma^2_{r_M}} \cdot Cov(P_1, r_M)$
Risikoabschlag	d)	$RA(P_1) = \frac{E(r_M) - r_f}{\sigma^2_{r_M}} \cdot Cov(P_1, r_M)$
Kovarianzrisiko	e)	$Cov(P_1, r_M) = P_0 \cdot Cov(r_1, r_M)$
Gleichgewichtsrendite	f)	$E(r_j) = r_f + (E(r_M) - r_f) \cdot \beta_j$
Risikoprämie des j-ten Titels	g)	$RP_j = (E(r_M) - r_f) \cdot \beta_j = (E(r_M) - r_f) \cdot \frac{Cov(r_j, r_M)}{\sigma^2_{r_j}} = (E(r_M) - r_f) \cdot \frac{\rho_{r_j, r_M} \cdot \sigma_{r_j}}{\sigma_{r_M}} = E(r_j) - r_f$
Risikoprämie des Kapitalmarktes	h)	$RP_M = E(r_M) - r_f$
Zusammensetzung Risiko	i)	$\sigma^2_j = \underbrace{(\rho_{r_j, r_M} \cdot \sigma_j)^2}_{\text{systematisch}} + \underbrace{\left(\sigma_j \cdot \sqrt{1 - \rho^2_{r_j, r_M}}\right)^2}_{\text{unsystematisch}}$

6 Kapitalstruktur

Kapitalstruktur - Notation

V_U	...	Unternehmenswert rein Eigenfinanziert
V_L	...	Unternehmenswert teilweise Fremdfinanziert
$BW(...)$	...	Barwert
s	...	Ertragssteuersatz
D	...	Marktwert Fremdkapital
E	...	Marktwert Eigenkapital
v_0	...	Fremdkapitalquote
$v_{D\setminus E}$	...	Verschuldungsgrad
k_G	...	Gewichteter Durchschnitt der Kapitalkosten (auch WACC genannt)
k_E	...	Eigenkapitalkostensatz bzw. erwartete Rendite der Eigenkapitalgeber
k_F	...	Fremdkapitalkostensatz
k_G^N	...	Gewichteter Durchschnitt der Kapitalkosten nach Steuern

Modigliani & Miller Irrelevanztheorem

$$V_U = V_F \qquad v_0 = \frac{D}{D+E} = \frac{v_{D\setminus E}}{1+v_{D\setminus E}} \qquad k_G = v \cdot k_F + (1-v) \cdot k_E$$

$$v_{D\setminus E} = \frac{D}{E} = \frac{v_0}{1-v_0} \qquad k_E = k_G + v_{D\setminus E} \cdot (k_G - k_F)$$

Fremdkapital und Steuern

$$k_G^N = v_0 \cdot k_F \cdot (1-s) + (1-v_0) \cdot k_E = k_G - v_0 \cdot k_F \cdot s$$
$$V_L = V_U + BW(fremdfinanzierungsbedingter\ Steuervorteil)$$

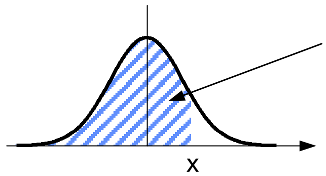
Bei Fremdkapital mit unendlicher Laufzeit:

$$BW(fremdfinanzierungsbedingter\ Steuervorteil) = s \cdot D$$

Agency-Kosten

$$V_L = V_U - BW(Kosten\ der\ finanziellen\ Notlage)$$
$$\Rightarrow \quad BW(Kosten\ der\ finanziellen\ Notlage) = V_U - V_L$$

Tabelle der Standardnormalverteilung ($\mu = 0$, $\sigma = 1$)



$$F_N(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{x} e^{-\frac{t^2}{2}} dt$$

Ablesebeispiel: $F_N(2{,}36) = 0{,}990863$

	0,00	0,01	0,02	0,03	0,04	0,05	0,06	0,07	0,08	0,09
0,00	0,500000	0,503989	0,507978	0,511967	0,515953	0,519939	0,523922	0,527903	0,531881	0,535856
0,10	0,539828	0,543795	0,547758	0,551717	0,555670	0,559618	0,563559	0,567495	0,571424	0,575345
0,20	0,579260	0,583166	0,587064	0,590954	0,594835	0,598706	0,602568	0,606420	0,610261	0,614092
0,30	0,617911	0,621719	0,625516	0,629300	0,633072	0,636831	0,640576	0,644309	0,648027	0,651732
0,40	0,655422	0,659097	0,662757	0,666402	0,670031	0,673645	0,677242	0,680822	0,684386	0,687933
0,50	0,691462	0,694974	0,698468	0,701944	0,705402	0,708840	0,712260	0,715661	0,719043	0,722405
0,60	0,725747	0,729069	0,732371	0,735653	0,738914	0,742154	0,745373	0,748571	0,751748	0,754903
0,70	0,758036	0,761148	0,764238	0,767305	0,770350	0,773373	0,776373	0,779350	0,782305	0,785236
0,80	0,788145	0,791030	0,793892	0,796731	0,799546	0,802338	0,805106	0,807850	0,810570	0,813267
0,90	0,815940	0,818589	0,821214	0,823814	0,826391	0,828944	0,831472	0,833977	0,836457	0,838913
1,00	0,841345	0,843752	0,846136	0,848495	0,850830	0,853141	0,855428	0,857690	0,859929	0,862143
1,10	0,864334	0,866500	0,868643	0,870762	0,872857	0,874928	0,876976	0,878999	0,881000	0,882977
1,20	0,884930	0,886860	0,888767	0,890651	0,892512	0,894350	0,896165	0,897958	0,899727	0,901475
1,30	0,903199	0,904902	0,906582	0,908241	0,909877	0,911492	0,913085	0,914656	0,916207	0,917736
1,40	0,919243	0,920730	0,922196	0,923641	0,925066	0,926471	0,927855	0,929219	0,930563	0,931888
1,50	0,933193	0,934478	0,935744	0,936992	0,938220	0,939429	0,940620	0,941792	0,942947	0,944083
1,60	0,945201	0,946301	0,947384	0,948449	0,949497	0,950529	0,951543	0,952540	0,953521	0,954486
1,70	0,955435	0,956367	0,957284	0,958185	0,959071	0,959941	0,960796	0,961636	0,962462	0,963273
1,80	0,964070	0,964852	0,965621	0,966375	0,967116	0,967843	0,968557	0,969258	0,969946	0,970621
1,90	0,971284	0,971933	0,972571	0,973197	0,973810	0,974412	0,975002	0,975581	0,976148	0,976705
2,00	0,977250	0,977784	0,978308	0,978822	0,979325	0,979818	0,980301	0,980774	0,981237	0,981691
2,10	0,982136	0,982571	0,982997	0,983414	0,983823	0,984222	0,984614	0,984997	0,985371	0,985738
2,20	0,986097	0,986447	0,986791	0,987126	0,987455	0,987776	0,988089	0,988396	0,988696	0,988989
2,30	0,989276	0,989556	0,989830	0,990097	0,990358	0,990613	0,990863	0,991106	0,991344	0,991576
2,40	0,991802	0,992024	0,992240	0,992451	0,992656	0,992857	0,993053	0,993244	0,993431	0,993613
2,50	0,993790	0,993963	0,994132	0,994297	0,994457	0,994614	0,994766	0,994915	0,995060	0,995201
2,60	0,995339	0,995473	0,995603	0,995731	0,995855	0,995975	0,996093	0,996207	0,996319	0,996427
2,70	0,996533	0,996636	0,996736	0,996833	0,996928	0,997020	0,997110	0,997197	0,997282	0,997365
2,80	0,997445	0,997523	0,997599	0,997673	0,997744	0,997814	0,997882	0,997948	0,998012	0,998074
2,90	0,998134	0,998193	0,998250	0,998305	0,998359	0,998411	0,998462	0,998511	0,998559	0,998605
3,00	0,998650	0,998694	0,998736	0,998777	0,998817	0,998856	0,998893	0,998930	0,998965	0,998999
3,10	0,999032	0,999064	0,999096	0,999126	0,999155	0,999184	0,999211	0,999238	0,999264	0,999289
3,20	0,999313	0,999336	0,999359	0,999381	0,999402	0,999423	0,999443	0,999462	0,999481	0,999499
3,30	0,999517	0,999533	0,999550	0,999566	0,999581	0,999596	0,999610	0,999624	0,999638	0,999650
3,40	0,999663	0,999675	0,999687	0,999698	0,999709	0,999720	0,999730	0,999740	0,999749	0,999758
3,50	0,999767	0,999776	0,999784	0,999792	0,999800	0,999807	0,999815	0,999821	0,999828	0,999835
3,60	0,999841	0,999847	0,999853	0,999858	0,999864	0,999869	0,999874	0,999879	0,999883	0,999888
3,70	0,999892	0,999896	0,999900	0,999904	0,999908	0,999912	0,999915	0,999918	0,999922	0,999925
3,80	0,999928	0,999930	0,999933	0,999936	0,999938	0,999941	0,999943	0,999946	0,999948	0,999950
3,90	0,999952	0,999954	0,999956	0,999958	0,999959	0,999961	0,999963	0,999964	0,999966	0,999967
4,00	0,999968	0,999970	0,999971	0,999972	0,999973	0,999974	0,999975	0,999976	0,999977	0,999978
4,10	0,999979	0,999980	0,999981	0,999982	0,999983	0,999983	0,999984	0,999985	0,999985	0,999986
4,20	0,999987	0,999987	0,999988	0,999988	0,999989	0,999989	0,999990	0,999990	0,999991	0,999991
4,30	0,999991	0,999992	0,999992	0,999993	0,999993	0,999993	0,999993	0,999994	0,999994	0,999994
4,40	0,999995	0,999995	0,999995	0,999995	0,999995	0,999996	0,999996	0,999996	0,999996	0,999996
4,50	0,999997	0,999997	0,999997	0,999997	0,999997	0,999997	0,999997	0,999998	0,999998	0,999998